



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**Centro Tecnológico, de Ciências Exatas e Educação**  
**Departamento de Matemática**

**Plano de ensino (emergencial)**

**Identificação da disciplina**

Código da disciplina	Nome da disciplina	Créditos semanais		Carga horária semestral	PCC
		Teóricos	Práticos		
BLU4990	Introdução às Geometrias não-Euclidianas	04	-	72 h/a	-

**Pré-Requisitos**

Nome e código da disciplina	BLU4202 – Geometria II
-----------------------------	------------------------

**Identificação da oferta**

Curso	Turma	Ano/semestre
Licenciatura em Matemática (Noturno)	08751	2020/1 (Semestre emergencial)

Professor ministrante	E-mail
Naiara Vergian de Paulo Costa	naiara.vergian@ufsc.br

**Objetivos da disciplina**

Ao final da disciplina o aluno deverá ser capaz de:

- reconhecer os postulados de Euclides;
- aprofundar as noções relacionadas à Geometria Euclidiana;
- compreender as noções de distância e área em Geometria Esférica;
- compreender os conceitos relacionados à Trigonometria Esférica;
- compreender os conceitos relacionados à Trigonometria Hiperbólica;
- compreender modelo(s) para a Geometria Hiperbólica;
- relacionar as diferentes noções de espaço geométrico.

## **Ementa**

Postulado das paralelas. Surgimento das geometrias não-euclidianas. Geometria esférica. Geometria hiperbólica, modelo de Poincaré. Softwares para geometrias não-euclidianas.

## **Conteúdo programático**

### **1. Noções preliminares da Geometria Euclidiana**

- 1.1. Os elementos de Euclides;
- 1.2. Axiomática de Hilbert-Euclides;
- 1.3. Geometria Neutra;
- 1.4. Tentativas de prova do quinto postulado de Euclides.

### **2. Introdução à Geometria Hiperbólica**

- 2.1. Modelos para a geometria hiperbólica;
- 2.2. Geodésicas na geometria hiperbólica;
- 2.3. Distâncias e Teorema de Pitágoras Hiperbólico;
- 2.4. Áreas de gomos e de triângulos hiperbólicos;
- 2.5. Congruência de triângulos hiperbólicos.

### **3. Introdução à Geometria Esférica**

- 3.1. Geodésicas na geometria esférica;
- 3.2. Distâncias e Teorema de Pitágoras Esférico;
- 3.3. Áreas de gomos e de triângulos esféricos;
- 3.4. Congruência de triângulos esféricos.

## **Metodologia**

*Procedimentos:* Disponibilização semanal de materiais de estudo no ambiente Moodle. Videoaulas. Listas de exercícios. Horários semanais de atendimento aos estudantes para esclarecimento de dúvidas (via webconferência), realizados às sextas-feiras das 20h20min às 21h10min.

*Recursos:* Plataformas Moodle, Google Meet/Zoom. Videoaulas, slides, textos para leitura.

## Critérios de Avaliação

A avaliação de cada estudante será composta por quatro itens de nota, a saber: um trabalho (T), duas provas escritas (P1 e P2) e a gravação de um vídeo (V) ao final da disciplina.

- As provas P1 e P2 serão disponibilizadas na plataforma Moodle às quartas-feiras da semana em que estiverem planejadas e os estudantes deverão entregá-las resolvidas até às 23h59min da sexta-feira da semana de sua aplicação.
- O trabalho T será composto por três elementos avaliativos: a entrega de um texto escrito de próprio punho — que consistirá da demonstração de um resultado matemático (teorema/proposição) relacionado à ementa da disciplina — junto com um arquivo de áudio ou vídeo (a ser combinado com a turma), no qual o estudante explicará o teor do trabalho. O arquivo de texto será enviado (sem identificação do autor) a outro estudante (escolhido por sorteio) para correção e aprimoramento da demonstração matemática, se conveniente. A nota T de cada estudante será calculada a partir da nota atribuída ao texto (NT), da nota atribuída ao áudio (NA) e da nota atribuída à correção e ao aprimoramento do texto do colega (NC) por meio da seguinte média ponderada:

$$T = (0,4 \times NT) + (0,4 \times NA) + (0,2 \times NC).$$

- O tema dos vídeos elaborados pelos estudantes será: "Como explorar geometrias não-Euclidianas na Educação Básica?" ou "Como explorar geometrias não-Euclidianas por meio de softwares?"
- Os trabalhos (T) e os vídeos (V) desenvolvidos pelos alunos deverão ser entregues pelo Moodle.

Será atribuída uma nota entre zero e dez para cada avaliação T, P1, P2 e V. A média da disciplina será calculada pela média ponderada M dada por

$$M = (0,2 \times T) + (0,3 \times P1) + (0,3 \times P2) + (0,2 \times V).$$

- Se M for maior ou igual a 6,0, o estudante estará aprovado e M será a sua nota final na disciplina.
- Se M for maior ou igual a 3,0 e menor ou igual a 5,5, o estudante terá direito a realizar uma prova de recuperação abordando todo o conteúdo programático.
- Se M for menor que 3,0, o estudante será considerado reprovado e M será a sua nota final na disciplina.

Em todas as situações, a aprovação do estudante estará condicionada à frequência suficiente (FS) na disciplina. Estudantes com frequência insuficiente (FI) serão reprovados com nota final 0,0 na disciplina.

## Recuperação

O aluno com frequência suficiente e média final M entre 3,0 e 5,5 terá direito a uma prova de recuperação R, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final deste aluno será calculada por meio da média aritmética entre M e R, i.e.,

$$NF = (M + R) / 2.$$

O aluno em recuperação será considerado aprovado na disciplina se NF for maior ou igual a 6,0. A prova de recuperação será disponibilizada aos estudantes pela plataforma Moodle na segunda-feira da semana em que está planejada e os estudantes deverão entregar as provas resolvidas até às 23h59min da quarta-feira da semana de sua aplicação.

## Matriz instrucional

Tópicos/ Semanas	Carga Horária	Conteúdos	Recursos didáticos	Estratégias de interação (síncrona/ assíncrona)	Avaliação (A) e Frequência (F)
<b>Noções preliminares da Geometria Euclidiana</b>  3 semanas  (31/08 a 20/09)	12 h/a	Itens 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4 do conteúdo programático.	Videoaulas expositivas	Assíncronas	(F)
			Atendimentos semanais via webconferência	Síncronos	—
<b>Entrega dos trabalhos (texto + áudio/vídeo) até o dia 25/09</b>				Assíncrona	(A) e (F)
<b>Entrega da correção do texto do colega até o dia 02/10</b>				Assíncrona	(A) e (F)
<b>Introdução à Geometria Hiperbólica</b>  5 semanas  (21/09 a 25/10)	20 h/a	Itens 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5 do conteúdo programático.	Videoaulas Expositivas	Assíncronas	(F)
			Atendimentos semanais via webconferência	Síncronos	—
<b>Prova 1</b>  (26/10 a 01/11)	4 h/a	—	Aula de exercícios	Síncrona	—
			<b>Realização da Prova 1 (P1) Disponibilização aos estudantes em 28/10 e entrega até 30/10</b>	Assíncrona	(A) e (F)

<b>Introdução à Geometria Esférica</b> 4 semanas (02/11 a 29/11)	16 h/a	Itens 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 do conteúdo programático.	Videoaulas expositivas	Assíncronas	(F)
			Atendimentos semanais via webconferência	Síncronos	—
<b>Prova 2</b> (30/11 a 06/12)	4 h/a	—	Aula de exercícios	Síncrona	—
			<b>Realização da Prova 2 (P2)</b> <b>Disponibilização aos estudantes em 02/12 e entrega até 04/12</b>	Assíncrona	(A) e (F)
<b>Elaboração dos vídeos (V)</b> (07/12 a 13/12)	4 h/a	Como explorar geometrias não-Euclidianas na Educação Básica ou por meio de softwares?	Gravação dos vídeos pelos estudantes  <b>Envio dos vídeos pelo Moodle até o dia 11/12</b>	Assíncrona	(A) e (F)
<b>Prova de recuperação (R)</b> (14/12 a 19/12)	4 h/a	—	Atendimento via webconferência (Horário a combinar com estudante)	Síncrona	—
			<b>Realização da Prova de Recuperação</b> <b>Disponibilização aos estudantes em 14/12 e entrega até 16/12</b>	Assíncrona	

**Observação 1:** Caso necessário, algumas alterações na programação poderão ser realizadas ao longo do semestre. Qualquer modificação, no entanto, será previamente combinada com os estudantes da disciplina.

**Observação 2:** Duas semanas de aulas foram ministradas presencialmente em março de 2020.

## Frequência

A frequência de cada estudante será contabilizada do seguinte modo:

- o acesso a cada videoaula contará **um ponto** de frequência;
- a entrega do trabalho (texto + áudio/vídeo) até a data especificada na matriz instrucional contará **um ponto** de frequência;
- a entrega da correção do texto do colega até a data especificada na matriz instrucional contará **um ponto** de frequência;
- a entrega da prova P1 na data especificada na matriz instrucional contará **dois pontos** de frequência;
- a entrega da prova P2 na data especificada na matriz instrucional contará **dois pontos** de frequência;
- o envio do vídeo ("Como explorar geometrias não-Euclidianas na Educação Básica ou por meio de softwares?") até a data especificada na matriz instrucional contará **dois pontos** de frequência.

A frequência do estudante será considerada suficiente (FS) caso obtenha pelo menos 75% do total de pontos de frequência acima descritos. Caso contrário, sua frequência será considerada insuficiente (FI).

## Bibliografia

### Bibliografia Principal

[1] Santos, A.R.S.; Viglioni, H.H.B. Geometria Euclidiana Plana. Universidade Federal de Sergipe. Disponível em [https://www.cesadufs.com.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15473216022012Geometria\\_Eucladiana\\_Plana\\_Aula\\_1.pdf](https://www.cesadufs.com.br/ORBI/public/uploadCatalogo/15473216022012Geometria_Eucladiana_Plana_Aula_1.pdf) (acesso em 06/08/2020).

[2] Silva, A. R. Aspectos da Geometria Neutra. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, IGCE, Rio Claro. Dissertação disponível em <http://educapes.capes.gov.br/handle/11449/131891> (acesso em 07/08/2020).

[3] Magalhães, J.M. Um estudo dos modelos da Geometria Hiperbólica. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, IGCE, Rio Claro. Dissertação disponível em <http://educapes.capes.gov.br/handle/11449/134147> (acesso em 07/08/2020).

[4] Silva, W.D. Uma introdução à Geometria Esférica. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, IGCE, Rio Claro. Dissertação disponível em <http://educapes.capes.gov.br/handle/11449/132125> (acesso em 07/08/2020).

[4] DORIA, Celso M. Geometrias Não-Euclidianas: Exemplos. Universidade Federal de Santa Catarina. Versão digital (inacabada) disponível em <http://mtm.ufsc.br/~cmdoria/memorial/M-Comprovantes/Cap3-Pesquisa/2-Publicacoes/2.5-Apostilas%20Mini-Cursos/> (acesso em 06/08/2020).

[5] Adames, M.R. Geometria Esférica. Universidade Federal de Santa Catarina. Trabalho de Conclusão de Curso disponível em <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/96500> (acesso em 06/08/2020).

[6] Barbosa, J.L.M. Geometria Hiperbólica. Coleção Publicações Matemáticas, IMPA. Disponível em [https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/20\\_CBM\\_95\\_01.pdf](https://impa.br/wp-content/uploads/2017/04/20_CBM_95_01.pdf) (acesso em 07/08/2020).

## **Bibliografia Complementar**

- [1] ANDRADE, Placido. Introdução à geometria hiperbólica: o modelo de Poincaré. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 263p.
- [2] REZENDE, Eliane Quello Frota; QUEIROZ, Maria Lúcia Bontorim de. Geometria euclidiana plana e construções geométricas. 2. ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2008. 262 p.
- [3] SILVA, Karolina Barone Ribeiro da. Noções de geometrias não-euclidianas: hiperbólica, da superfície esférica e dos fractais. São Paulo: CRV, 2011. 115p.[1] Euclides. Os elementos. São Paulo: Unesp, 2009. 600 p.
- [4] Barbosa, João Lucas Marques. Geometria euclidiana plana. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 257 p.
- [5] Boyer, Carl B; Merzbach, Uta c. História da matemática. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996. 508 p.
- [6] CARMO, Manfredo Perdigão. Geometria diferencial de curvas e superfícies. 6 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2014. 607 p.
- [7] MLODINOW, Leonard. A janela de Euclides: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. 2. ed. São Paulo: Geração Editorial, 2004. 296 p.