



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**Campus Blumenau**  
**Departamento de Matemática**

**Plano de Ensino**

**Identificação da disciplina**

Código da disciplina	Nome da disciplina	Créditos semanais		CH semestral	CH de PCC
		Teóricos	Práticos		
BLU6008	Cálculo III	04	0	72	0

**Pré-requisito**

Cálculo II- BLU6004
---------------------

**Identificação da oferta**

Curso(s)	Turma	Ano/semestre
Engenharia de Controle e Automação	03754	2020/1

Professores ministrantes	E-mail
Maicon José Benvenuti	m.benvenuti@ufsc.br

**Objetivos da disciplina**

Ao final da disciplina, o aluno deverá ser capaz de:

- Entender o conceito de integral múltipla e conhecer suas aplicações no cálculo de áreas, volumes, massas e centro de massas;
- Aplicar mudança de variáveis em integrais múltiplas. Usar coordenadas polares, cilíndricas e esféricas no cálculo de integrais múltiplas. Calcular integrais múltiplas sobre regiões gerais;
- Identificar funções vetoriais;
- Parametrizar curvas e superfícies;
- Entender o conceito de integral de linha e conhecer suas aplicações no cálculo de comprimento de curvas e trabalho ao longo de curvas;
- Entender o conceito de integral de superfície e conhecer suas aplicações no cálculo de área de superfícies e fluxo de campos vetoriais;
- Conhecer e saber aplicar os teoremas de Green, Gauss e Stokes.

**Ementa**

Integrais Múltiplas. Integral de linha. Integrais de superfície.

## Conteúdo programático

- 1. Integrais Múltiplas:** Definição e propriedades de integrais duplas e triplas. Integrais iteradas. Cálculo de integrais sobre regiões gerais. Mudança de variáveis. Coordenadas polares, cilíndricas e esféricas no cálculo de integrais múltiplas. Aplicações no cálculo de áreas, volumes, massas e centro de massas.
- 2. Integral de linha:** Parametrização de curvas. Integrais de linha de campos escalares. Comprimento de curvas, cálculo de massas e centro de massas. Integrais de linha de campos vetoriais. Trabalho ao longo de curvas. Campos conservativos. Função potencial. Rotacional. Teorema fundamental das integrais de linha. Teorema de Green.
- 3. Integrais de superfície:** Parametrização de superfícies. Integrais de superfície de campos escalares. Cálculo de área de superfícies, massas e centro de massas. Integrais de superfície de campos vetoriais. Fluxo de campos vetoriais. Divergente. Teorema da divergência de Gauss. Teorema de Stokes.

## Metodologia

Procedimentos: Aulas de resolução de exercícios. Videoaulas. Leitura de textos. Listas de exercícios.

Recursos: Plataforma *Moodle* ([moodle.ufsc.br](http://moodle.ufsc.br)). Plataforma RNP e Google Meet. Videoaulas. Textos.

## Prática como Componente Curricular

Não se aplica

## Frequência

A frequência será computada nas atividades assíncronas e nas síncronas, conforme previsto na matriz instrucional para o período remoto (veja 6ª coluna da matriz instrucional abaixo para o período remoto, Avaliação e Frequência). Nas atividades síncronas, a frequência será registrada via lista de presença. No caso assíncrono, será registrada a frequência após o aluno efetuar o envio de cada Questionário Avaliativo Semanal, dentro dos prazos previstos na matriz instrucional. Cada registro de frequência será contabilizado levando-se em conta a carga horária estabelecida na 6ª coluna da matriz instrucional para o período remoto, Avaliação e Frequência. A frequência total será computada como a soma das frequências das atividades assíncronas e síncronas. O aluno terá frequência suficiente se atingir pelo menos 75% de frequência total.

## Avaliação

A avaliação será desenvolvida através de duas Provas,  $P_{\{1\}}$  e  $P_{\{2\}}$ , e treze Questionários Avaliativos Semanais,  $Q_{\{1\}}$ ,  $Q_{\{2\}}$ , ... e  $Q_{\{13\}}$ . Para cada avaliação, será atribuída uma nota entre zero e dez. Será calculada a média da seguinte forma:

$$M = \frac{P_{\{1\}} + P_{\{2\}} + \left( \frac{\sum_{i=1}^{13} Q_{\{i\}}}{13} \right)}{3}$$

Será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média  $M$  maior ou igual a 6,0. O aluno com frequência suficiente, e com média  $M$  entre 3,0 e 5,5, terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média  $M$  e a nota da nova avaliação. Será considerado aprovado o aluno que tiver a nota final maior ou igual a 6,0.

### Cronograma para o período presencial feito em março

Semana	conteúdo	Carga Horária (em aulas-hora)	Avaliação e Frequência
Semana 1 09/03 – 15/03	Apresentação da disciplina	4	Lista de presença.
Semana 2 16/03 – 22/03	Somas de Riemann	4	Lista de presença.

### Matriz instrucional para o período remoto

Semana	conteúdo	Carga Horária (em horas-aula)	Recursos didáticos	Atividades e estratégias de interação	Avaliação e Frequência
Semana 3 31/08 - 06/09	Reapresentação da disciplina.	1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona e expositiva. 31/08/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
	Volume e integrais duplas. Integrais iteradas sobre retângulos.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{1\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 3. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 02/09/20 e 06/09/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença

					referente a 3 horas-aula assíncronas.
Semana 4 07/09 - 13/09	Integrais duplas sobre regiões gerais. Propriedades.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{2\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 4. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 09/09/20 e 13/09/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 09/09/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 5 14/09 - 20/09	Integrais duplas em coordenadas polares. Aplicações.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{3\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 5. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 16/09/20 e 20/09/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.

					Após o aluno efetuar o envio das respostas do questionário avaliativo, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 16/09/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 6 21/09 - 27/09	Mudança de variável geral em integrais duplas. Aplicações.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{4\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 6. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 23/09/20 e 27/09/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do questionário, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 23/09/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 7 28/09 - 04/10	Integrais triplas sobre regiões gerais. Propriedades e aplicações.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{5\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 7. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o

			Avaliativo Semanal.	lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal: Entre 30/09/20 e 04/10/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma Moodle. Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 30/09/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 8 05/10 - 11/10	Integrais triplas em coordenadas cilíndricas e esféricas.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona.  Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{6\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 8. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 07/10/20 e 11/10/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou	Atividade síncrona.	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.

			Google Meet.	Resolução de exercícios. 07/10/20 15h10-16h00	
Semana 9 12/10 - 18/10	Prova ( $P_{\{1\}}$ )	4	Plataforma Moodle. Prova	Atividade assíncrona. Resolução de Prova.	<p>Prova (<math>P_{\{1\}}</math>), referente ao conteúdo das semanas 1 a 8. Será realizada via plataforma Moodle.</p> <p>Período para acessar a Prova: Entre 12/10/20 e 18/10/20.</p> <p>Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do da Prova, após acessá-la pela primeira vez: 24 horas.</p> <p>Após o aluno efetuar o envio das respostas da Prova, dentro da programação, será computada presença referente a 4 horas-aula assíncronas.</p>
Semana 10 19/10 - 25/10	Curvas definidas por equações paramétricas.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	<p>Questionário Avaliativo Semanal (<math>Q_{\{7\}}</math>), referente ao conteúdo da semana 10. Será realizado via plataforma Moodle.</p> <p>Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 21/10/20 e 25/10/20.</p> <p>Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.</p> <p>Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.</p>

		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 21/10/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 11 26/10 - 01/11	Integral de linha de um campo escalar. Propriedades e aplicações.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{8\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 11. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 28/10/20 e 01/11/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 28/10/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 12 02/11 - 08/11	Campos vetoriais. Integral de linha de um campo vetorial. Propriedades e aplicações	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona. Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{9\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 12. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 04/11/20 e 08/11/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do

					<p>Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.</p> <p>Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.</p>
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	<p>Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 04/11/20 15h10-16h00</p>	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 13 09/11 - 15/11	Teorema Fundamental das integrais de linha. Teorema de Green	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	<p>Atividade assíncrona.</p> <p>Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.</p>	<p>Questionário Avaliativo Semanal (<math>Q_{\{10\}}</math>), referente ao conteúdo da semana 13. Será realizado via plataforma Moodle.</p> <p>Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 11/11/20 e 15/11/20.</p> <p>Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.</p> <p>Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.</p>
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	<p>Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 11/11/20 15h10-16h00</p>	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.

Semana 14 16/11 - 22/11	Parametrização de Superfícies. Integral de superfície de um campo escalar. Aplicações e propriedades	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona.  Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{11\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 14. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 18/11/20 e 22/11/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 18/11/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 15 23/11 - 29/11	Superfícies orientadas. Integral de superfície de um campo vetorial. Aplicações e propriedades	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona.  Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{12\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 15. Será realizado via plataforma Moodle. das respostas do questionário: 2 horas.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 25/11/20 e 29/11/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.

					Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 25/11/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.
Semana 16 30/11 - 06/12	Teorema de Stokes. Teorema do divergente.	3	Plataforma Moodle. Videoaula e/ou notas de aula. Lista de exercícios. Questionário Avaliativo Semanal.	Atividade assíncrona.  Assistir as Videoaulas e ler as notas de aula da semana. Resolver a lista de exercícios da semana. Responder ao Questionário Avaliativo Semanal.	Questionário Avaliativo Semanal ( $Q_{\{13\}}$ ), referente ao conteúdo da semana 16. Será realizado via plataforma Moodle.  Período para acessar o Questionário Avaliativo Semanal: Entre 02/12/20 e 06/12/20.  Tempo máximo para efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, após acessá-lo pela primeira vez: 2 horas.  Após o aluno efetuar o envio das respostas do Questionário Avaliativo Semanal, dentro da programação, será computada presença referente a 3 horas-aula assíncronas.
		1	Plataforma RNP ou Google Meet.	Atividade síncrona. Resolução de exercícios. 02/12/20 15h10-16h00	Lista de presença, referente a 1 hora-aula síncrona.

Semana 17 07/12 - 13/12	Prova ( $P_{\{2\}}$ )	4	Plataforma Moodle. Prova.	Atividade assíncrona. Resolução de Prova.	<p>Prova (<math>P_{\{2\}}</math>), referente ao conteúdo das semanas 10 a 16. Será realizada via plataforma Moodle.</p> <p>Período para acessar a Prova: Entre 07/12/20 e 11/12/20.</p> <p>Tempo máximo para efetuar o envio das respostas da Prova, após acessá-la pela primeira vez: 24 horas.</p> <p>Após o aluno efetuar o envio das respostas da Prova, dentro da programação, será computada presença referente a 4 horas-aula assíncronas.</p> <p>Prova de recuperação, referente a todo o conteúdo da disciplina. Será realizada via plataforma Moodle.</p>
Semana 18 14/12 - 19/12	Prova de Recuperação.	4	Plataforma Moodle. Prova.	Atividade assíncrona. Resolução de Prova.	<p>Período para acessar a Prova: Entre 14/12/20 e 15/12/20.</p> <p>Tempo máximo para efetuar o envio das respostas da Prova, após acessá-la pela primeira vez: 24 horas.</p>
<p><b>Obs. Dat</b>s sujeitas a alterações. Qualquer alteração, no entanto, será previamente combinada com os alunos.</p>					

### Bibliografia

#### Principal

1. STEWART, James. **Cálculo**: volume 2, tradução da 8ª edição norte-americana. São Paulo: Cengage Learning, 2017. Disponível no link da Biblioteca Digital Cengage via <http://portal.bu.ufsc.br/bases-dados-em-teste-3/> (verificado em 04/08/20).
2. MARDDEN. Jerrold; WEINSTEIN, Alan. **Calculus III**. Second Edition. Springer, 2000. Disponível no link da base Springer via <http://portal.bu.ufsc.br/a-biblioteca-universitaria-da-ufsc-oferece-acesso-a-livros-eletronicos-em-diversas-areas-do-conhecimento/> (verificado em 04/08/2020).

3. PROTTER, Murray; MORREY, Charles. **Intermediate Calculus**. Second Edition. Springer, 1985. Disponível no link da base Springer via <http://portal.bu.ufsc.br/a-biblioteca-universitaria-da-ufsc-oferece-acesso-a-livros-eletronicos-em-diversas-areas-do-conhecimento/> (verificado em 04/08/2020).
4. BUSSE, Ronaldo. **Cálculo IV**. Fundação CECIERJ.2015. Disponível no repositório de <https://educapes.capes.gov.br/> (Verificado em 04/08/2020).

### Complementar

1. ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo**: volume 2. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014.
2. GONÇALVES, Mirian Buss; FLEMMING, Diva Marília. **Cálculo B**: funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
3. LEITHOLD, Louis. **O cálculo com geometria analítica**: volume 2. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.
4. SIMMONS, George Finlay. **Cálculo com geometria analítica**: volume 2. São Paulo: Pearson Makron Books, 1988.
5. APOSTOL, Tom M.. **Cálculo**: cálculo com funções de várias variáveis e Álgebra Linear, com aplicações às equações diferenciais e às probabilidades, volume 2. Barcelona: Editorial REVERTÉ, 1996.
6. GUIDORIZZI, Hamilton L. **Um curso de cálculo**: volume 3. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
7. ÁVILA, Geraldo. **Cálculo**: das funções de múltiplas variáveis, volume 3. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015.